

EUCLIDES

MAANDBLAD
VOOR DE DIDACTIEK VAN DE EXACTE VAKKEN

ORGAAN VAN
DE VERENIGINGEN WIMECOS EN LIWENAGEL

MET VASTE MEDEWERKING VAN VELE WISKUNDIGEN
IN BINNEN- EN BUITENLAND

34e JAARGANG 1958/59

I - 1 SEPTEMBER 1958

INHOUD

Dr. P. G. J. Vredenduin, In memoriam Mevrouw Dr. D. van Hiele-Geldof	1
De academische opleiding van de leraar in de exacte vakken	2
Dr. P. G. J. Vredenduin, Inleiding.	2
Prof. Dr. J. C. H. Gerritsen, De academische opleiding van de wiskunde- leraar	5
Prof. Dr. H. Brinkman, De academische vorming van natuurkundeleraren	15
Prof. Dr. F. van der Blij, Alweer $\sum_{k=1}^{n-1} k^p$	26
H. C. Vernout, Vereenvoudiging in de goniometrie	28
Prof. Dr. F. van der Blij, Varia	31
Inspecteursbenoemingen	32
Samenstelling redactie	32
Inhoud jaargangen 21 t/m 30	32

P. NOORDHOFF N.V. - GRONINGEN

Het tijdschrift **Euclides** verschijnt in tien afleveringen per jaar. Prijs per jaargang f 8,00; voor hen die tevens geabonneerd zijn op het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde is de prijs f 6,75.

REDACTIE.

Dr. JOH. H. WANSINK, Julianalaan 84, Arnhem, tel. 08300/20127; voorzitter;
H. W. LENSTRA, Kraneweg 71, Groningen, tel. 05900/34996; secretaris;
Dr. W. A. M. BURGERS, Santhorstlaan 10, Wassenaar, tel. 01751/3367;
Dr. D. N. VAN DER NEUT, Homeruslaan 35, Zeist, tel. 03404/3532;
Dr. H. TURKSTRA, Sophialaan 13, Hilversum, tel. 02950/2414;
Dr. P. G. J. VREDENDUIN, Bakenbergseweg 158, Arnhem, tel. 08300/21960.

VASTE MEDEWERKERS.

Prof. dr. E. W. BETH, Amsterdam;	Dr. J. KOKSMA, Haren;
Prof. dr. F. VAN DER BLIJ, Utrecht;	Prof. dr. F. LOONSTRA, s'-Gravenhage;
Dr. G. BOSTEELS, Antwerpen;	Prof. dr. M. G. J. MINNAERT, Utrecht;
Prof. dr. O. BOTTEMA, Delft;	Prof. dr. J. POPKEN, Amsterdam;
Dr. L. N. H. BUNT, Utrecht;	Prof. dr. D. J. VAN ROOY, Potchefstr.;
Prof. dr. E. J. DIJKSTERHUIS, Bilth.;	G. R. VELDKAMP, Delft;
Prof. dr. H. FREUDENTHAL, Utrecht;	Prof. dr. G. WIELENGA, Amsterdam.
Prof. dr. J. C. H. GERRETSEN, Gron.;	

De leden van *Wimecos* krijgen *Euclides* toegezonden als officieel orgaan van hun vereniging; het abonnementsgeld is begrepen in de contributie (f 8,00 per jaar, aan het begin van het verenigingsjaar (1 september t.e.m. 31 augustus) te storten op postrekening 143917 ten name van de Vereniging van Wiskundeleraren te Amsterdam).

De leden van *Liwenagel* krijgen *Euclides* toegezonden voor zover ze de wens daartoe te kennen geven en f 5,00 per jaar storten op postrekening 87185 van de Penningmeester van Liwenagel te Amersfoort.

Indien geen opzegging heeft plaats gehad en bij het aangaan van het abonnement niets naders is bepaald omtrent de termijn, wordt aangenomen, dat men het abonnement continueert.

Boeken ter bespreking en aankondiging aan Dr. D. N. van der Neut te Zeist.

Artikelen ter opname aan Dr. Joh. H. Wansink te Arnhem.

Opgaven voor de „kalender” in het volgend nummer binnen drie dagen na het verschijnen van dit nummer in te zenden aan H. W. Lenstra te Groningen.

Aan de schrijvers van artikelen worden gratis 25 afdrukken verstrekt, in het vel gedrukt; voor meer afdrukken overlegge men met de uitgever.

IN MEMORIAM

Mevrouw Dr. D. van Hiele-Geldof

Op 9 juli j.l. overleed Dieke van Hiele-Geldof. Te vroeg, op nog maar 46 jarige leeftijd, is ze uit haar werk weggerukt. Het bericht van haar heengaan, zal ieder, die haar en haar werk kent, met ontsteltenis vervuld hebben.

Dieke van Hiele was een van de pioniers op het gebied van modernisering van het wiskunde-onderwijs. Ze heeft zich volledig ingezet om te komen tot een verantwoorde methode leerlingen de wiskunde bij te brengen op een zodanige wijze, dat de leerstof aangepast is aan het begripsvermogen van het kind. Natuurlijk koos zij de ervaring als uitgangspunt; het einddoel, het verkrijgen van echt wiskundig inzicht, stond haar echter van meet af aan voor de geest. Samen met haar echtgenoot heeft zij diepgaande theoretische en praktische studies op dit terrein verricht. Hun beider dissertaties vormen in zekere zin de kroon op het door hen verrichte werk. Wie de denkwijze van Dieke wil leren kennen en waarderen, moet daarnaast het artikel van haar lezen in Euclides 33, VII: „De didactiek van de meetkunde in het begin van het tweede leerjaar van het V.H.M.O. De overgang naar het tweede denkniveau.” Een fraaiere methode om tot inzicht in de deductieve methode te geraken, heb ik nooit gezien.

Dieke was een vooraanstaand lid van de wiskunde-werkgroep van de W.V.O. Zij was steeds bij de samenkomsten aanwezig en heeft in verscheidene voordrachten haar werk toegelicht. Voor de werkgroep betekent haar overlijden een gevoelig verlies.

Dieke, we zijn je allen dankbaar voor het vele, wat je gedaan hebt voor het wiskunde-onderwijs in Nederland. Aan de zo ongemeen vruchtbare samenwerking tussen jou en je echtgenoot is thans een einde gekomen. Pierre, we hopen, dat je de kracht zult vinden, het werk, dat jullie samen met zoveel enthousiasme verrichtten, alleen voort te zetten.

P. G. J. Vredenduin

DE ACADEMISCHE OPLEIDING VAN DE LERAAR IN DE EXACTE VAKKEN

Het bovengenoemde onderwerp was het thema van de ledenvergadering van Liwenägel op 28 december 1957. Als sprekers traden op Prof. Dr. J. C. H. Gerretsen uit Groningen en Prof. Dr. H. Brinkman uit Groningen, terwijl het onderwerp door de voorzitter, Dr. P. G. J. Vredenduin, werd ingeleid.

INLEIDING

door

Dr. P. G. J. VREDENDUIN

Aan de leraar, wiens primaire taak het is wetenschap over te dragen, en aan de researchwerker, die de wetenschap toepast en uitbreidt, worden door de maatschappij geheel verschillende eisen gesteld. Het is daarom gewenst, dat bij hun academische opleiding daarmee reeds rekening gehouden wordt.

De conclusie, die wel eens lichtvaardig hieruit getrokken wordt, dat de leraar met een minder gedegen wetenschappelijke opleiding zou kunnen volstaan dan degene, die niet in eerste instantie wetenschap overdraagt, maar wetenschap beoefent, lijkt mij ten enenmale onjuist. In een tijd als deze, waarin er een groot tekort aan leraren is, is het zeer verleidelijk dit tekort op te heffen door de eisen, die men bij de opleiding der leraren stelt, drastisch te verlagen. Men mag echter niet uit het oog verliezen, dat ons land, dat niet over veel natuurlijke hulpbronnen beschikt, om zich te handhaven in de internationale samenleving een grote staf van kundige personen nodig heeft, die over voldoende persoonlijke kwaliteiten in de ruimste zin beschikken, waarbij in het bijzonder een gedegen verstandelijke ontwikkeling van groot belang is. De basis voor het kweken van dergelijke persoonlijkheden wordt, onder meer, gelegd door het V.H.M.O. Hoewel ik gaarne toegeef, dat het V.H.M.O. slechts een deel van deze taak op zich kan nemen, durf ik toch wel te beweren, dat dit deel zo belangrijk is, dat een verwaarlozing van de taak van het V.H.M.O. later tot fatale gevolgen zal leiden. De leraar zal dus moeten beschikken over gedegen vakkennis om naar behoren het essentiële van zijn wetenschap op doelmatige wijze te kunnen overdragen, en daarnaast over voldoende enthous-

siasme, idealisme en inzicht in zijn taak, om zijn leerlingen ook nog op andere wijze dan verstandelijk op te voeden.

Na het voorgaande is duidelijk, dat voor de leraar evenals voor de researchwerker een grondige wetenschappelijke vorming onmisbaar is. Voor een groot deel kunnen hun opleidingen parallel lopen. Er zijn echter verschillende gebieden, die voor de leraar belangrijker zijn dan voor de researchwerker, en omgekeerd. Zo is het voor een leraar noodzakelijk, dat hij een scherp inzicht heeft in de fundamenteën van zijn wetenschap, terwijl voor de researchwerker gedetailleerde kennis van bepaalde gebieden van zijn wetenschap van meer belang is dan voor de leraar. De leraar heeft immers bij zijn onderwijs in de eerste plaats te maken met de grondslagen van zijn wetenschap. En al is het voor hem natuurlijk zinloos een wetenschappelijk verantwoorde kennisoverdracht van deze grondslagen te leveren, toch is het een vereiste, dat hij een helder inzicht hierin heeft. Zo moet een wiskundeleraar begrijpen, wat het typische is van de wiskundige methode, wat precies onder deductie verstaan wordt, hij moet enige kennis van logistiek hebben, hij moet weten op welke wijze meetkunde en getallentheorie gefundeerd kunnen worden, terwijl een researchwerker kan volstaan met zich minder grondig in deze problemen te verdiepen. Een natuurkundeleraar zal goed op de hoogte moeten zijn met de specifieke moeilijkheden van de natuurwetenschappelijke methode, hij zal nauwkeurig moeten weten, wat begrippen als massa, kracht, beweging, temperatuur, tijd betekenen. Voor de researchwerker is het daarentegen in de eerste plaats van belang, dat hij deze begrippen weet te hanteren. Bovendien geldt zowel voor de wiskunde- als voor de natuurkundeleraar, dat enige kennis van de historische ontwikkeling van zijn vak voor hem onmisbaar is. Hij zal niet alleen daardoor zijn eigen vak beter leren verstaan, maar bij zijn didactiek zijn inzicht in de moeilijkheden, die men in de loop der historie gehad heeft bij het doorzien van de inhoud van bepaalde begrippen, ten nutte kunnen maken. Het ligt voor de hand, dat moeilijkheden, die in de ontwikkeling van het menselijk denken langzaam zijn overwonnen, soms althans, op soortgelijke wijze bij de ontwikkeling van het individuele denken overwonnen kunnen worden. De leraar zal dus beter thuis moeten zijn in methodologie en historie van zijn vak dan de researchwerker, terwijl van de laatste daarentegen een grotere technische beheersing van zijn vak geëist zal mogen worden. Het moet dus voor de aanstaande leraar mogelijk zijn door keuze van daartoe geëigende onderwerpen zich reeds voor het doctoraal-examen voor te bereiden op zijn toekomstige taak.

Op grond van het voorgaande zou ik willen pleiten voor een doctoraalexamen, dat voor leraren en voor researchwerkers weliswaar even omvangrijk, maar niet noodzakelijk van geheel dezelfde inhoud is. Na dit doctoraalexamen zou men de studie kunnen splitsen in een researchopleiding en een didactische opleiding. De tegenwoordige stand van zaken is, dat deze didactische opleiding tegelijk plaats heeft met de wetenschappelijke opleiding. Het gevolg hiervan is, dat de didactische opleiding in het gedrang komt, doordat de student nog niet een didactisch gerichte belangstelling heeft en het essentiële dus nog aan hem voorbijgaat. Het is daarom nodig, dat de student na zijn doctoraalexamen een periode doormaakt, gedurende welke hij zich geheel moet wijden aan de problemen van het leraarsambt. Praktijk en theorie dienen elkaar daarbij af te wisselen, de theorie moet echter direct gericht zijn op datgene, wat men moet weten om zijn leraarstaak goed te kunnen vervullen.

Indien op deze wijze bij het universitair onderwijs direct rekening gehouden wordt met de eisen, die de maatschappij stelt, moet het mogelijk zijn meer efficiënt onderwijs te geven en daardoor de studieduur te bekorten.

Tot slot enige opmerkingen, waarin het voorgaande samengevat en nog iets nader toegelicht wordt.

1. De wetenschappelijke opleiding van de leraar moet volwaardig zijn.

2. De opleiding moet niet dusdanig gespecialiseerd zijn, dat het de leraar praktisch onmogelijk gemaakt wordt van beroep te veranderen, als het leraarsambt hem niet blijkt te bevallen. In het bijzonder moeten wetenschappelijke ambtenaren ook uit leraarskringen gerekruteerd kunnen worden.

3. De wetenschappelijke opleiding van de leraar moet gescheiden gehouden worden van zijn didactische vorming.

4. De opleidingsduur moet worden verkort.

5. De huidige noodtoestand mag onder geen voorwaarde aanleiding zijn een leraarsopleiding in het leven te roepen, die de kwaliteit van het lerarenkorps ongunstig zou beïnvloeden. Uiteraard kan men in een noodtoestand noodmaatregelen nemen. Deze moeten echter principieel een tijdelijk karakter dragen.

6. Het gaat er op het ogenblik alleen om vast te stellen, in hoeverre bovenstaande desiderata door ons erkend worden. Eerst daarna kan men zich afvragen, op welke wijze ze uitvoerbaar zijn, waarbij het uiteraard noodzakelijk zal blijken verschillende belangen tegen elkaar af te wegen. Het is stellig mogelijk een dergelijke

uitvoering te vinden. Voor men hierover wil beslissen, moet echter vaststaan, wat men wil gaan uitvoeren.

7. Om misverstand te voorkomen, zij ten slotte opgemerkt, dat we het vandaag uitsluitend willen hebben over de opleiding van de leraar in wiskunde en natuurwetenschappen. De problemen, die zich bij andere vakken kunnen voordoen, liggen buiten de kring van de bemoeienissen van onze vereniging.

DE ACADEMISCHE OPLEIDING VAN DE WISKUNDELERAAR

door

Prof. Dr. J. C. H. GERRETSEN

Met uitzondering van de beschrijvende meetkunde wordt op onze scholen geen wiskunde geleerd, die verband houdt met de ontwikkeling van de wetenschap na 1800. En juist de 19e eeuw is in de geschiedenis van de wiskunde een periode zonder weerga. Vele nieuwe gebieden werden ontsloten, eeuwenoude problemen werden tot oplossing gebracht, de literatuur zwol tot in het onmetelijke aan. Onze eeuw heeft veel bijgedragen tot het fundamentele onderzoek en de consolidering van hetgeen de vorige eeuw heeft overgeleverd. Thans is men er in geslaagd aan de wiskunde een vorm en een volmaaktheid te geven, die door geen enkele andere wetenschap ook maar bij benadering is bereikt.

Dit alles is aan de school volledig voorbijgegaan. De situatie vertoont een opvallende tegenstelling met die, waarin zich thans het onderwijs in de natuurwetenschappen bevindt. Men overdrijft niet met de bewering, dat de school de ontwikkeling van deze vakken op de voet volgt, dat de leerstof op school — zij het met een zekere vertraging — een getrouw beeld geeft van de feitelijke stand van zaken. Immers, de leerlingen worden onderwezen in atoomtheorie, beginselen van de kernfysica, het periodiek systeem der elementen, valentietheorie, theorie der chemische evenwichten, erfelijkheidsleer, cytologie, enz. En dit alles op een wetenschappelijk verantwoorde wijze, doordat men de leerlingen doet zien, hoe men tot resultaten komt, welke fundamentele principes richtinggevend zijn.

Bij de wiskunde is de toestand een geheel andere. Een abituriënt, die getrouw aan het programma is onderwezen, heeft niet het flauwste benul van hetgeen momenteel in de wiskundige wetenschap gaande is. Het is bijkans onmogelijk hem uit te leggen, welke problemen heden ten dage de mathematici bezig houden, in welke gebieden vooruitgang is geboekt, en waarom de wiskunde een steeds belangrijker plaats in onze samenleving gaat innemen.

Waar aan ligt dit? Een zeer voor de hand liggende en meestal ook prompt naar voren gebrachte verklaring is deze: de moderne wiskunde — en daaronder versta ik gemakshalve de wiskunde van de 19e en de 20e eeuw — is op een zodanig hoog niveau gebracht en vereist voor het verstaan een zodanige gespecialiseerde en intensieve voorbereiding, dat de waarde ervan als hulpmiddel voor algemene vorming is verloren gegaan.

Ik waag het aan de juistheid van deze bewering te twijfelen. De mechanica, die thans op de school wordt onderwezen, is in feite de neerslag van de Principia van Newton. Slechts weinig tijdgenoten van Newton waren in staat dit ook voor ons nog moeilijke werk volledig te begrijpen. Toch blijkt de stof voor didactische behandeling toegankelijk te zijn en waardevol vormingsmateriaal voor de school op te leveren. Descartes en Fermat stelden aan hun lezers de hoogst denkbare eisen. Niettemin is de analytische meetkunde een gewaardeerd onderdeel van het programma der gymnasia. Er is geen enkele reden om te veronderstellen dat Euclides de „Elementen” schreef ten behoeve van het aanvangs-onderwijs in de wiskunde. Maar in de loop der tijden heeft „elementair” de betekenis gekregen van „bestemd voor beginners”.

De wiskunde op de school is statisch. Het vak heeft zich tot een eigen onderdeel van de wiskunde geconsolideerd, dat men met de naam „schoolwiskunde” aanduidt. Binnen de muren van de school voert het een geheiligd bestaan. Het is de oorzaak van veel „weninge en knersinge der tanden”. Buiten de school kan men er niets mee aanvangen.

Want de universiteiten staan voor de noodzaak de van de school meegebrachte kennis essentieel aan te vullen. Aan de studenten in de economische wetenschappen worden eisen gesteld, waaraan de abituriënten niet kunnen voldoen. De biologen en theoretisch werkende medici klagen steen en been over hun geringe kennis van bruikbare wiskunde. Overal past men tegenwoordig statistiek toe, maar de vereiste wiskundige voorkennis voor een verantwoord gebruik van deze techniek wordt door de school niet meegegeven.

De kloof tussen schoolwiskunde en officiële wetenschap zal voortdurend breder worden, wanneer niet een radicale ommekeer tot stand komt. De didactiek van de wiskunde vraagt om een grondige herziening en in het bijzonder moet het probleem worden gesteld of het mogelijk is uit de moderne wiskunde materiaal te lichten, dat waarde heeft voor de algemene vorming en tevens het contact met de levende wetenschap niet verloren doet gaan.

Ik heb tot U gesproken over de leerstof, maar het onderwerp van

vandaag is immers de academische vorming van de leraar, en wel in het bijzonder van de leraar in de wiskunde. Welnu, ik hoop aan te tonen, dat de inleiding met het eigenlijke thema samenhangt.

In het huidige bestel zijn er twee soorten van leraren in de wiskunde, nl. de academisch gevormden en de bezitters van de akten M.O. In beginsel kan men ook leraar in de natuurkunde of scheikunde worden via de studie voor de middelbare akte, maar ik meen, dat praktisch deze weg niet of niet meer wordt gevolgd. Thans is het probleem gesteld van een verkorte opleiding tot leraar en wil men ook voor de vakken natuurkunde en scheikunde de mogelijkheid openen langs de weg van de aktestudie de bevoegdheid te verkrijgen. Onder de biologen zijn er zeer velen, die bezitters zijn van de akte M.O. Maar praktisch allen hebben deze aan de universiteit verkregen, de aktestudie is volkomen in de algemene studie ingepast. In dit opzicht is er grote overeenkomst met de studie voor de moderne talen, die ook grotendeels aan de universiteiten geschiedt, hoewel niet door universitaire examens bekroond.

Bij de wiskunde ligt de zaak geheel anders. Tot voor zeer kort was er geen mogelijkheid om zich langs universitaire weg voor te bereiden voor het examen K I of K V. Men vervoege zich bij een z.g. opleider, soms wel een bekwaam man, meestal echter een beunhaas. De exameneisen waren een aanfluiting. De bezitter van K I en K V behoeft niets te weten van de moderne wiskunde, op dit terrein is hij een volslagen leek. Na jarenlange voorbereiding is het examenprogramma kort geleden herzien. Het nieuwe programma vermag mijn enthousiasme niet te wekken; naar mijn gevoel heeft de commissie een prachtige gelegenheid om met het verleden volkomen te breken, voorbij laten gaan. Gelukkig is de mogelijkheid voor een geleidelijke hervorming en aanpassing groter dan voorheen het geval was en het feit, dat ook langs universitaire weg de aktestudie mogelijk is, neemt vele scherpe kanten weg.

Er schuilt echter in de opleiding van de leraar via de akte een groot gevaar. Men overweegt immers om pas dan aan de bezitter van de akte een volledige bevoegdheid te geven, wanneer hij na zijn vakstudie nog een naar verhouding lange tijd gaat besteden aan de studie van psychologie en pedagogiek in speciale daarvoor te creëren instituten, z.g. seminaria. Daarmee wordt in principe de opleiding van de leraar aan de universiteit onttrokken, terwijl bovendien het accent wordt verlegd. Immers, de vakkennis wordt niet meer primair geacht, het is de pedagogisch-didactische vorming, waarin het zwaartepunt komt te liggen.

Voor de vorming van een standpunt met betrekking tot deze

ontwikkeling is van belang hoe men de plaats van de leraar op school ziet. Het is duidelijk, dat de school niet alleen de plaats is, waar de jonge mens kennis opdoet. Hij moet worden gevormd, hij moet voor een maatschappelijke taak worden voorbereid. Hij zal dus moeten worden opgevoed en de school zal een aanvulling op de gezinsopvoeding moeten geven. Maar dat alle leraren tevens als opvoeder moeten fungeren, lijkt mij van het goede te veel. Het probleem is niet eenvoudig. Vooral de wereldbeschouwing speelt hierbij een belangrijke rol. Op de Christelijke scholen zal men de morele en ethische (en natuurlijk ook de godsdienstige) vorming bij voorkeur opdragen aan de zielzorgers. Op scholen waar men niet een bepaalde levensbeschouwing als basis wenst, is de situatie veel moeilijker, maar hoe ook een oplossing wordt gezocht, niemand zal warm lopen voor een systeem, waarbij een groot aantal pedagogen ieder op hun beurt gaan dokteren aan de ziel van de leerlingen.

Men versta mij wel. Ik acht het belangrijk, dat de leraar open staat voor de eigenaardige moeilijkheden, waarmee de opgroeiende mens heeft te kampen. Vandaar dat ik het verplicht stellen van het verwerven van kennis in psychologie en pedagogiek op de wijze waarop dat thans aan de universiteiten is voorgeschreven, nuttig en nodig acht. Maar we moeten niet gaan overdrijven en in een leraar nu alleen maar de opvoeder gaan zien.

De taak van de leraar zal steeds moeten blijven die van degeen, die kennis kan overdragen. Met betrekking tot zijn vak moet hij over een zekere autoriteit beschikken, hij moet thuis zijn in de wetenschap, waarin hij dagelijks moet onderrichten.

Daarom blijft een noodzakelijke voorwaarde voor het zijn van een goed leraar bestaan in een grondige kennis van het vak dat hij doceert. De fout van het verleden was, dat men deze voorwaarde ook als voldoende beschouwde; we weten thans, dat aan het leraarschap nog meer vast zit.

Een vak grondig kennen betekent niet: alles weten wat geweten kan worden. Maar men dient op de hoogte te zijn van centrale beginselen, van methodische eigenaardigheden, van mogelijkheden en begrenzungen. Men kan dit alleen leren door in contact te komen met de levende wetenschap, met hen die in het wetenschappelijk onderzoek de hitte van de dag dragen. Dit contact wordt gevonden op de universiteit.

Toch blijkt ook nu de academisch gevormde leraar in het merendeel der gevallen niet aan de verwachtingen te beantwoorden. Ik lever hier geen kritiek op personen, maar op een situatie, op een systeem. Doorgaans onderscheidt de academicus zich in weinig van

zijn collega met akte, ondanks het feit, dat hij bedreven is in soms lang niet eenvoudige technieken en in aanraking is geweest met het moderne onderzoek en meegevoerd is op de toppen van onze huidige kennis. Want, hoewel de universiteiten generaties van leraren hebben afgeleverd, zijn we met onze didactiek nog immer het spoor bijster.

De oorzaak zullen we moeten zoeken in het feit, dat de academicus met zijn kennis geen raad weet. Zodra hij voor de klas komt, helpt hem hetgeen hij op de collegebanken en in de colloquia heeft gehoord, niets. Hij moet een ander vak leren, nl. de schoolwiskunde en aanvankelijk is hij daarin niet meer bedreven dan zijn knapste leerling, omdat hij zelf sinds de schoolbanken niets meer aan het vak heeft gedaan. Uit zijn herinnering moet hij zijn oude schoolkennis opdiepen. Eigenlijk is zijn vroegere wiskundeleraar tevens zijn opleider tot het leraarsambt geweest, maar op een moment, dat het hem zelf nog niet duidelijk was dat hij leraar zou worden.

In dit opzicht heeft de bezitter van de akte K I nog een voor-sprong, want hij is tenminste getraind in het maken van moeilijke meetkunde- en trigonometrieopgaven en voor lange berekeningen in de analytische meetkunde draait hij zijn hand niet om.

Men heeft gemeend een leraarsopleiding te kunnen creëren door het verplicht stellen van het volgen van colleges in de speciale didactiek van het vak, waarvoor men onderwijsbevoegdheid wenst. Deze oplossing bevredigt niet. Immers, deze colleges vormen geen integrerend bestanddeel van de studie, ze zijn als aanvulling bedoeld. Ik beschouw ze geenszins als nutteloos, integendeel, ze hebben ons geleerd het probleem van de leraarsopleiding in ruimer verband te bezien. Met de invoering van die colleges is tenminste alvast iets gedaan.

Zo langzamerhand wint toch wel de opvatting terrein, dat de studie aan de universiteit gedifferentieerd moet worden. Thans bestaat één doctoraal examen met hoofdvak wiskunde, waarop tot voor kort de lesbevoegdheid werd verkregen.

Een verbetering zou kunnen zijn een apart doctoraal examen voor de leraar. Dit idee is niet nieuw. Deze aangelegenheid is reeds jaren geleden aan de orde gesteld en vond in leraarskringen zeer veel verzet. Deze gang van zaken heb ik betreurd, want er is daarmee veel kostbare tijd verloren gegaan.

Een veel gehoord bezwaar tegen een z.g. leraarsdoctoraal was een gevolg van de vrees voor de sociale positie van de leraar. Want, zo redeneerde men, een leraarsdoctoraal is inferieur vergeleken met het officiële. De leraar wordt daarmee niet meer erkend als de

wetenschappelijk gevormde, hij wordt niet meer voor „vol” aanzien en dreigt daarmee in een ongunstige positie te komen ten opzichte van degenen die andere, met het leraarschap vergelijkbare wetenschappelijke beroepen bekleden.

Voor mij heeft deze argumentatie nooit veel overtuigingskracht bezeten. Vooreerst is het moeilijk om precies aan te geven op welke gronden een sociaal aanzien steunt. Stellig zijn irrationele motieven daarbij eveneens in het geding. Maar het betoog houdt reeds daarom geen steek, omdat men binnen de kring van het leraarschap geen differentiatie wenst. Immers *alle* leraren staan ambtelijk gezien op hetzelfde niveau, de gymnastiekleraar krijgt vrijwel hetzelfde salaris als de classicus, de tekenleraar heeft precies dezelfde rechten als de leraar in de natuurwetenschappen. In de lerarenwereld bestaat geen hiërarchie. De enige, die er boven uit komt, is de directeur of de rector. De salarisschaal wordt bepaald door ancienniteit, niet door bekwaamheid. En het zou mij niet verbazen wanneer een onderzoek naar de sociale betekenis van de leraar aan het licht zou brengen, dat een stellig waarneembaar „dédain” in de waardering voor het ambt, zou samenhangen met de te ver doorgevoerde homogenisering.

Maar hoe zou men een hiërarchische opbouw moeten realiseren, of liever, welk beginsel kan daaraan ten grondslag liggen? In volle algemeenheid kan men een dergelijke vraag niet beantwoorden, omdat met tal van factoren rekening moet worden gehouden. Toch is er een van nature aanwezig principe aan te wijzen. Immers, de middelbare school is een wonderlijke instelling. Men treedt er binnen vóór de puberteit, men verlaat de school als adolescent. De persoonlijkheidsstructuur ondergaat tijdens de schooljaren een fundamentele verandering. Het onderwijs moet daarmee rekening houden. De leerlingen, die de vierde klas binnentreden zijn anders, dan die in de eerste klas komen. Niet alleen, omdat ze meer weten, hun belangstelling, hun reactie op de omgeving is totaal anders. Niet veranderd zijn hun leraren. Velen reizen met hun mee van de eerste tot de hoogste klas en de leerling ervaart, dat hij zijn leraar in de vijfde klas met geheel andere (en gewoonlijk heel wat meer kritische) ogen beziet dan toen hij hem in de eerste klas ontmoette.

De stijl van het onderwijs in de hogere klassen behoort ook geheel anders te zijn dan in de lagere. In de eerste klas mag gerust nog iets van de lagere school doorklinken, in de hoogste klas moet reeds een anticipatie van de universiteit zijn te bespeuren. Kan men nu van één persoon verlangen dat hij met hetzelfde gemak de eisen kan vervullen, die aan een onderwijzer zijn te stellen en

even later de meer ongedwongen toon van de docent weet te vinden, die in de hoogste klassen past?

Waarom zou men niet twee typen van leraren kunnen hebben, de leraren in de laagste klassen met meer bescheiden aspiraties, bijvoorbeeld voortgekomen uit het lager onderwijs, en in de hoogste klassen de academicus met ruimere blik, die dan de titel van „hoofdleraar” zou kunnen voeren? Het is voor een academisch gevormde op de duur wel wat eentonig telken jare opnieuw te moeten vertellen hoe men $(a+b)^2$ moet uitrekenen en steeds opnieuw te moeten uitleggen waarom $a^3 \cdot a^5$ gelijk is aan a^8 en niet a^{15} . Er is toch een hemelsbreed verschil in didactiek voor de lagere klassen en de hogere klassen. Natuurlijk kan men zeer wel een academicus in de lagere klassen laten beginnen, maar het uitzicht naar het ambt van hoofdleraar zal een prikkel kunnen zijn om zichzelf volledig te geven en bovendien voor velen het leraarschap aantrekkelijker kunnen maken.

Bovendien zou men daarmee ook aan de onderwijzer het uitzicht op een promotie kunnen bieden, doordat de bekwaamste leerkracht op de lagere school de mogelijkheid krijgt het middelbaar onderwijs te dienen. Voor vele kinderen zou dit heilzaam zijn, want hoe moeilijk kan het voor hen soms zijn de geleerde betogen van de leraar te volgen, terwijl zij nog niet aan de lagere school zijn ontgroeid.

Een vreemd denkbeeld? Op de universiteit doen we zoiets al lang. De bekwaamste leraren worden hetzij volledig in de staf opgenomen, hetzij daaraan toegevoegd, terwijl zij daarnaast nog leraar blijven. Dit systeem werkt buitengewoon gunstig en ik geloof dat een analoog experiment op de scholen voor het V.H.M.O. stellig de moeite waard zou zijn. Begrijpt U mij goed. Ik wil de academicus niet slechts voor de hoogste klassen reserveren. Maar in de laagste zou hij moeten worden bijgestaan door iemand, die dichter bij de lagere school staat en die de overgang naar het strakkere onderricht, het meer betogende, van de academicus kan vergemakkelijken.

Een ander zwak punt in de argumentatie gericht tegen het onderwijsdoctoraal is de bewering van de onwetenschappelijkheid. Deze bewering is volkomen een slag in de lucht. Waarom zou een differentiatie noodzakelijk een achteruitgang moeten betekenen? Niemand zal toch beweren dat een huisarts minder wetenschappelijk is opgeleid dan zijn collega in de kliniek?

Maar laat ik liever eerst eens trachten te schetsen op welke wijze aan de universiteit in het gehele systeem van de opleiding de voorbereiding tot het leraarsambt kan worden ingepast. Een

realiseerbaar plan lijkt mij het volgende: Er komen drie doctorale examens, nl. dat voor de researchmathematicus, dat voor de leraar en dat voor de industriemathematicus. Uit de afgestudeerden van de eerste categorie wordt de wetenschappelijke staf aangevuld. Het laat zich nl. aanzien, dat in de toekomst de staf een steeds omvangrijker en verantwoordelijker taak in het universitaire onderwijs zal krijgen. Terloops merk ik nog even op ter aanvulling van hetgeen ik zei over de sociale positie van de leraar, dat de staf wel hiërarchisch is opgebouwd. Men doorloopt verschillende rangen, waarbij rangverhoging in de eerste plaats bepaald wordt door bekwaamheid. Juist het feit, dat men door een persoonlijke prestatie vooruit kan komen is de oorzaak van het aanzien dat een bepaald beroep geniet.

De industrie en ook talrijke overheidsinstellingen zullen meer en meer behoefte krijgen aan mathematici, die zich met de toepassingen moeten occuperen. Het is duidelijk dat de universiteit daar niet onverschillig tegenover mag staan en tijdig maatregelen moet treffen om aan de te verwachten — en trouwens reeds bestaande — vraag te voldoen.

Het komt mij voor, dat aan allen dezelfde eisen moeten worden gesteld tot aan het candidaatsexamen. Wij moeten dus een gemeenschappelijke onderbouw geven. Pas na het candidaatsexamen komt de differentiatie. Dit betekent niet drie gescheiden opleidingen, integendeel, er zullen vele overlappingen moeten zijn. De theorie der complexe functies, de verdiepte kennis van het integraalbegrip, de maattheorie, differentiaalmeetkunde, de beginselen der functionaalanalyse, het zijn alle onderwerpen, die voor de drie categorieën gezamenlijk van waarde zijn. Daarnaast zal echter een ieder gespecialiseerde kennis moeten bezitten. Voor een leraar zal bijvoorbeeld belangrijk kunnen zijn de abstracte algebra, culmineerende in de theorie van Galois, de topologie, als voorbeeld van een axiomatisch opgebouwde wetenschap en als illustratie van het structuurbegrip. De leraar zal een zeker overzicht moeten zien te krijgen, doordat hij zich ook gaat occuperen met de geschiedenis van zijn vak, hij zal iets moeten doen aan formele logica en de wijsbegeerte der natuurwetenschappen. Mij dunk dat het dan met de onwetenschappelijkheid wel losloopt! Met dit systeem kan nog een gevaar worden vermeden. Het is denkbaar dat op de duur het leraarschap toch een teleurstelling wordt. Op basis van de verkregen opleiding is een omschakeling geen onmogelijkheid.

Maar er zal nog iets moeten gebeuren. De specifieke opleiding tot leraar zal zo gericht moeten zijn, dat de a.s. docent de middelen in

de hand krijgt zich te bezinnen op een nieuwe didactiek. Want de moderne wiskunde heeft stellig ook aan de school iets te bieden. De inpassing bijvoorbeeld van het vectorbegrip in de analytische meetkunde, de fusie tussen plat vlak en ruimte in dit onderdeel van de wiskunde, een onderzoek naar de inpassing van de beginselen der lineaire algebra in het schoolprogramma, het zijn slechts voorbeelden van vragen, die de moeite waard zijn. Is het mogelijk een aanschouwelijke en toch verantwoorde infinitesimaalrekening op de school in te voeren met vermindering van de beruchte „epsilon-tika”? Nog een voorbeeld: tot vervelens toe krijgt men op de eindexamens het berekenen van uiterste waarden van een kwadratische veelterm voorgeschoteld. De meeste leraren weten niet, dat men met behulp van het daarbij toegepaste trucje kan doordringen in de mathematische statistiek. Men heeft nl. daarmee het beginsel der „kleinste kwadraten” in de vingers en onderwerpen als „regressie” en „correlatie” liggen binnen het bereik van het bevattingsvermogen van de leerlingen. Natuurlijk moet dit alles serieus bekeken worden, maar er is op dit terrein nog enorm veel research te verrichten.

Trouwens, dit gebeurt al. Denkt U maar aan de bekende „Werkgroep”. Het resultaat is geworden een vernieuwd pogen om het aanvangsonderwijs in de meetkunde te verbeteren. Ik beweër niet, dat we eral zijn, maar hoopgevend zijn de verkregen uitkomsten stellig.

Er zal echter in de toekomst op bredere basis research op didactisch terrein moeten worden verricht. Ik geloof niet direct aan een onoverzienbare stroom van publikaties, want ook in de toekomst zal het baanbrekende werk wel weer door enkelingen worden gedaan. Maar er is toch veel gewonnen, wanneer de nieuwe denkbeelden weerklank vinden, wanneer ze kunnen worden begrepen en door een brede schare op hun waarde kunnen worden getoetst.

De vergelijking van de leraar en de huisarts gaat stellig niet in alle opzichten mank. Immers, als de huisarts heeft de leraar een maatschappelijke taak. Men verwacht van de huisarts geen oorspronkelijk wetenschappelijk werk, maar vindt het toch vanzelfsprekend, dat hij grondig wetenschappelijk is opgeleid en in staat is ook na voltooiing van zijn studie de op zijn dagelijks werk betrekking hebbende vakliteratuur bij te houden. Uiteindelijk berust het oordeel over een bepaalde geneeswijze of de effectiviteit van een medicament mede op de ervaringen van de huisarts.

En gelijk de huismedicus „bij” blijft door het bijwonen van klinische avonden, zo zal ook de leraar voortdurend door middel van vervolgcollages op de hoogte moeten blijven met de vorderingen

van de wetenschap voor zover deze voor het onderwijs relevant zijn. Deze moeten voor hem een aansporing kunnen zijn leemten in zijn kennis aan te vullen, want in de betrekkelijk korte studietijd aan de universiteit kan hij niet alles leren.

Voor oud-academici bezitten dergelijke colleges veelal een grote aantrekkingskracht. Het is altijd weer genoeglijk om eens weer in de collegebanken te kunnen plaats nemen en iets van de bijzondere sfeer van de universiteit te ondergaan, om nog eens weer iets te ervaren van de aparte stijl, die nu eenmaal het hoger onderwijs kenmerkt.

De opleiding tot het ambt van leraar is een grote zaak. Want op de leraar rust de taak telkens weer de jonge mens op te voeden tot eerbied voor de cultuur, dit wonderbare fenomeen, dat het menselijk geslacht heeft opgeheven van de horde tot een bewuste, door ethische beginselen gereguleerde samenleving. Op de leraar rust de schone taak de jeugd te doen deelhebben aan het thans onuitputtelijke bezit aan gedachten en technisch kunnen, dat uit het niets is voortgekomen en deze wereld is binnengetreten, van deze wereld deel uitmaakt en zelfs boven deze wereld uitwijst. De leraar moet bezielde kunnen zijn door de grote geesten van het verleden, hij moet de bescheidenheid kunnen opbrengen, die bestaat in de erkenning, dat de bijdrage van de enkeling in vergelijking tot hetgeen de mensheid bezit, nauwelijks meetelt. Maar dat toch ook weer die enkeling te samen met miljoenen anderen bijdraagt tot vervolmaking en voltooiing van het geheel, wanneer hij op de plaats waar hij zich bevindt, het juiste doet, datgene doet, waartoe zijn krachten en vermogens hem in staat stellen.

De leraar is een middelaar. Van de ene zijde ontvangt hij, naar de andere zijde geeft hij door. Maar zodra hij doorgeeft, zal hij ook iets van zichzelf moeten geven, gelijk een kunstenaar, die niet slechts reproduceert, maar wezenlijk schept.

De leraar zal in staat moeten zijn te putten uit de rijkdom van de menselijke cultuur en hij zal moeten weten waar deze is te vinden. De brandpunten van onze cultuur zijn nog immer de universiteiten. Daar zal de leraar moeten groeien, en daarheen zal hij steeds weer de weg moeten kunnen vinden als naar de vertrouwde omgeving van het ouderlijk huis.

Aan de discussie namen deel de heren Van Dam en Wansink.

De vraag werd gesteld, of de wiskunde zó ingewikkeld is, dat 7 à 8 jaar nodig zijn voor iemand, die tot de grenzen van het vak wil komen. Deze tijd werd te lang geacht.

Spreker meende, dat het een bijgeloof is, dat op de universiteit álles gedoceerd moet worden. Hij achtte voor alle groepen twee jaar voor het kandidaats- en drie jaar voor het doctoraalexamen mogelijk.

Tegen de instelling van leraren van verschillende rang werd krachtig geprotesteerd. Dit zou een bron zijn van ogendienerij en de collegialiteit zou een ernstige knak krijgen. Wie zou trouwens moeten uitmaken, welke leraar naar een hogere rang zou mogen promoveren?

Spreker meende, dat de weinige kans op promotie het leraarsambt voor velen onaantrekkelijk maakt. In Duitsland is een hiërarchie en daar is de sociale positie van de leraar veel beter.

DE ACADEMISCHE VORMING VAN NATUURKUNDELERAREN

door

Prof. Dr. H. BRINKMAN

De navolgende beschouwing over de academische opleiding van natuurkunde leraren is tot stand gekomen zonder de literatuur over deze aangelegenheid te kennen. Bovendien heb ik nooit als leraar voor de klas gestaan en geen colleges in pedagogiek, algemene didaktiek, puberteitspsychologie en speciale didaktiek gevolgd. In deze vakken moeten de tegenwoordige studenten, die onderwijsbevoegdheid wensen, worden onderwezen. Als een kenner van het middelbare onderwijs kan men mij dus niet beschouwen. Toch meen ik dat de huidige academische vorming van leraren niet de meest geschikte is en dat voor een goede opleiding van leraren een andere theoretische en experimentele vorming vóór het doctoraal examen noodzakelijk is dan de thans gebruikelijke. Ik kan het dan ook eens zijn met de volgende stelling, die in de aankondiging van deze jaarvergadering is opgenomen:

„De eisen, die de maatschappij tegenwoordig stelt aan de leraar en aan de researchwerker, lopen dermate uiteen, dat een in alle opzichten gelijke academische opleiding voor hen niet meer verantwoord is. Uiteraard is het noodzakelijk, dat de aanstaande leraar een volwaardige wetenschappelijke opleiding krijgt. Het is echter gewenst, dat bij de keuze van de onderwerpen, die hij moet bestuderen, rekening gehouden wordt met zijn toekomstig beroep.”

Alvorens tot concrete voorstellen te komen aangaande de voor natuurkunde leraren meest geschikte inrichting van hun academi-

sche opleiding, is het wenselijk de academische natuurwetenschappelijke vorming in breder maatschappelijk verband te bespreken. Daarbij laat ik de problemen verbonden met het huidige nijpende tekort aan bevoegde leerkrachten geheel buiten beschouwing. Ik ga er verder van uit, dat het opleiden van leraren, inclusief de toekenning van hun bevoegdheid tot het geven van onderwijs aan de scholen voor V.H.M.O., een zaak is die geheel tot de competentie van de Universiteiten behoort, waaraan dus geen buiten de Universiteit staande pedagogische seminaria te pas behoeven te komen.

Allereerst zou ik willen opmerken dat niet alleen tegenwoordig maar ook reeds 20 jaar geleden de maatschappij verschillende eisen aan de leraar en aan de researchwerker stelde. De vooroorlogse praktijk was niettemin dat a.s. leraren en a.s. researchwerkers dezelfde universitaire doctorale examens aflegden. Na een kandidaatsexamen in de wis- en natuurkunde (dat twee hoofdvakken en één bijvak omvatte en circa 3 jaar studie vergde), volgde de studie voor een doctoraal examen met wiskunde, sterrenkunde, natuurkunde, scheikunde of biologie als hoofdvak (met twee bijvakken). Het doctoraal examen werd doorgaans 3 à 4 jaar na het kandidaatsexamen afgelegd. De studie had een zuiver wetenschappelijk karakter en was er, althans wat de fysicus betreft, op gericht de student door eigen wetenschappelijke werkzaamheid tot een wetenschappelijk onderzoeker te vormen. De onderwijsbevoegdheid werd automatisch verkregen in het hoofdvak en in bepaalde vakken, die bij het doctoraal examen als bijvak of bij het kandidaatsexamen als hoofdvak hadden gefungeerd.

In de eerste decennia van onze eeuw was het leraarsambt vrijwel het enige beroep dat voor een afgestudeerd natuurkundige open stond; het aantal academische vacatures was zeer gering. De jaarlijkse behoefte aan wis- en natuurkundige leraren kon geheel door de universitaire productie worden gedekt. In de toenmalige opleiding werd bij de keuze van de onderwerpen nauwelijks rekening gehouden met het toekomstige leraarsberoep van de afgestudeerden. De grondigheid van de vak-wetenschappelijke opleiding liet natuurlijk niets te wensen over; door de pre-kandidaatspractica en door het pre-doctorale experimentele laboratoriumwerk kreeg de aanstaande natuurkundeleraar enige ervaring, die hem bij de voorbereiding van schoolproeven van pas kwam. Maar in vele andere opzichten kwam hij geheel onvoorbereid voor zijn klas te staan. De leraarspraktijk zelf moest dienen om de vereiste didactische ervaring op te doen, de geschikte vorm te vinden om jonge mensen

in de natuurkundige gedachtenwereld in te leiden, een overzicht te krijgen van de historische ontwikkelingsgang van natuurwetenschappen en techniek, de natuurfilosofische inzichten te verwerven die voor een goed begrip van de moderne ontwikkeling van de wetenschap zo belangrijk zijn.

Sedert 1930 heeft zich een geleidelijke verschuiving voltrokken in de beroepskeuze van de natuur- en scheikundigen. Zowel chemici als fysici kregen in Nederland in toenemende mate de mogelijkheid als researchwerker in dienst te treden van het bedrijfsleven, vooral in de industriële researchlaboratoria. Eerder dan in Nederland was in Duitsland en Engeland de betekenis van wetenschappelijk onderzoek voor de industrie onderkend, en de zuigkracht van de industriële research op chemici en fysici had zich in die landen eerder doen gevoelen. De sterk groeiende behoefte aan research-chemici en research-fysici heeft er echter ook in ons land toe geleid, dat een groter aantal studenten zich tot deze studies aangetrokken gevoelde, en dat de jaarlijkse behoefte aan leraren op den duur slechts een klein gedeelte uitmaakte van de totale behoefte aan fysici en chemici. Ik laat daarbij de huidige abnormale achterstand in het aantal bevoegde leraren buiten beschouwing, evengoed als ik afzie van de huidige abnormale vraag naar research-fysici en -chemici.

Reeds vóór de tweede wereldoorlog is herhaaldelijk gewezen op het feit dat aanstaande leraren en aanstaande researchwerkers een verschillend georiënteerde academische vorming nodig hadden. Het is merkwaardig dat de zuiver-wetenschappelijke vorming, die van het begin van de twintigste eeuw af zo kenmerkend was voor onze universiteiten, tamelijk geschikt bleek voor de vorming van industriële researchwerkers, dat echter deze zelfde opleiding voor leraren steeds meer als onbevredigend werd beschouwd. De belangrijkste correctie in de opleiding van leraren vóór de oorlog is geweest, dat een facultatieve didaktische en pedagogische leergang werd ingericht aan de Utrechtse Universiteit. Aan de andere universiteiten kwam zo'n facultatieve leergang pas na de oorlog tot stand, zij het ook schoorvoetend. De noodzaak van een betere voorbereiding tot het leraarsambt werd pas officieel erkend toen in augustus 1952 (herzien in september 1955) het Koninklijk Besluit werd uitgevaardigd, waarin werd bepaald dat voor het verkrijgen van onderwijsbevoegdheid aan scholen voor V.H.M.O., behalve het doctoraal examen in het betrokken hoofdvak, vereist werd het volgen van colleges in pedagogiek, didaktiek en puberteitspsychologie, alsmede het hospiteren gedurende enkele maanden aan een V.H.M.O.-school.

In feite betekende het een verzwaring van de eisen waaraan een leraar zou hebben te voldoen. De Groningse faculteit voor Wis- en Natuurkunde heeft echter, om te voorkomen dat de didaktische opleiding van de a.s. leraren tot een verdere verlenging van de studie zou leiden, besloten dat de didaktiek van een vak (bijvoorbeeld natuurkunde) als een bijvak voor het doctoraal examen kan worden gekozen (in plaats van een ander bijvak).

Laat ik hier mogen inlassen, dat het niet alleen de academische opleiding van leraren is geweest, die in de laatste decennia onbevredigend werd geacht. Ook de universitaire vorming van industriële researchwerkers heeft kritiek van de zijde van het bedrijfsleven ondervonden. Dit heeft ertoe geleid, dat reeds voor de oorlog aan enkele Universiteiten (Groningen en Utrecht) colleges in de technische natuurkunde werden gegeven en aan de studenten de mogelijkheid werd geboden in de natuurkundige laboratoria aan technisch natuurkundige onderzoekingen deel te nemen. In Utrecht is deze ontwikkeling vooral door Prof. Dr. L. S. Ornstein gestimuleerd.

Na de oorlog is steeds duidelijker de behoefte gebleken aan twee soorten van wetenschappelijke onderzoekers, de *academische* researchwerker en de *technische* researchwerker. De eerste zal zijn natuurkundige belangstelling meer in de fundamenteel wetenschappelijke richting uitleven, de tweede zal juist in de problemen van de technische natuurkunde geïnteresseerd zijn en een zekere ingenieursinstelling bezitten. Vanzelfsprekend zijn allerlei tussenvormen mogelijk en de academische opleiding van beide groepen zal daarmee zo goed mogelijk rekening te houden hebben.

Het is altijd als vanzelfsprekend beschouwd dat een Technische Hogeschool zich niet kan beperken tot een opleiding die ingenieurs levert welke slechts op de hoogte zijn van de stand der techniek en de constructieve beginselen hebben aangeleerd die bij hun vakuitoefening nodig is. Men heeft het wel degelijk als de taak van een Technische Hogeschool gezien, zich te beijveren de ingenieur een behoorlijke wetenschappelijke grondslag mee te geven en hem in staat te stellen zowel op toepassingen gerichte research als ook fundamenteel wetenschappelijk onderzoek te doen.

Het is echter evenzeer de plicht van de Universiteit de natuuronderzoeker klaar te maken voor zijn taak in de technische laboratoria of in het industriële bedrijf zelf. Deze taak beperkt zich niet tot het doen van zuiver wetenschappelijk speurwerk, doch bestaat meestal in het doen van gerichte onderzoekingen, het vinden van nieuwe producten, het technisch uitwerken van een gevonden

werkwijze of het fabricage rijp maken van een product met alle daarmee verbonden fact-finding-research. Dit betekent dat ook de universiteit meer dan voorheen de academische vorming van fysici voor de industrie zal hebben aan te passen aan de eisen welke de maatschappij aan hen stelt.

Uit het voorgaande zal U gebleken zijn, dat er eigenlijk *twee* ontwikkelingen gaande zijn, die elk voor zich aanleiding zijn tot meer differentiatie in de opleiding van fysici, tot opleidingen dus waarbij de accenten duidelijk verschoven zijn in vergelijking met de voor-oorlogse opleiding van academische researchwerkers. In de eerste plaats de ontwikkeling die leiden moet tot een adequate academische vorming van *leraren*. In de tweede plaats de ontwikkeling die leidt tot doctorale examens voor de *technische researchwerkers*.

Alvorens in te gaan op de academische vorming van leraren, wil ik in het kort uiteenzetten hoe de Groningse Faculteit der Wis- en Natuurkunde de nieuwe doctoraal examens met technische natuurkunde als hoofdvak denkt in te richten. Het is een onderdeel van nieuwe plannen tot het instellen van opleidingen in de toegepaste wiskunde, de technische natuurkunde en de technische scheikunde, welke plannen aan de Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen zijn voorgelegd. De nieuwe opleidingen steunen op de normale kandidaatsexamens, dezelfde dus als toegang geven tot het normale doctoraal examen met respectievelijk wiskunde, natuurkunde en scheikunde als hoofdvak.

Dank zij een herziening en rationalisatie van de studieprogramma's is de studieduur van de genoemde kandidaatsexamens tot ongeveer $2\frac{1}{2}$ jaar bekort.

Deze kandidaatsexamens geven enerzijds toegang tot de studie voor de bestaande „normale” doctoraal examens, anderzijds zullen zij toegang geven tot de nieuw in te stellen technisch-wetenschappelijke doctoraal examens. De studie voor de nieuwe doctoraal examens zal, na het kandidaatsexamen, ongeveer $2\frac{1}{2}$ jaar vergen. Wat het studieprogramma betreft zullen de nieuwe opleidingen vrij sterk verschillen van de thans aan de Universiteiten gebruikelijke doctoraal examens. Bij de nieuwe doctoraal examens met hoofdvak toegepaste wiskunde of hoofdvak technische natuurkunde of hoofdvak technische scheikunde zal aan de toepassingen een grote plaats worden ingeruimd in de na-kandidaatscolleges, practica en onderzoek-opdrachten. In het geval van de technische natuurkunde en de technische scheikunde zullen als onderdeel van de opleiding tevens stages in een fabriekslaboratorium worden geëist. Uiteraard

zullen ook de „technische” doctoraal examens toegang tot de promotie geven. De nieuwe doctoraal examens zullen de afsluiting zijn van elk voor zich volwaardige academische opleidingen, die ruim 5 jaar studie vergen. De omvang en de aard van de voorgestelde „technische” opleidingen zijn ongeveer vergelijkbaar met de studie voor wiskundig, natuurkundig of scheikundig ingenieur aan een Technische Hogeschool, doch een belangrijk onderscheid met de huidige ingenieursstudie is gelegen in het feit, dat de opleiding vóór het kandidaatsexamen gemeenschappelijk is met die voor de bestaande doctoraal examens en geschiedt in de universitaire sfeer, waardoor de universitaire „ingenieurs” een minder eenzijdige technische inslag verkrijgen.

De structuur van de nieuwe „technische” doctoraal examens, vergeleken met de bestaande normale „zuiver-wetenschappelijke” doctoraal examens, kan ons een belangrijke aanwijzing geven voor het inrichten van een doctoraal examen dat een goede voorbereiding voor het leraarsambt zou zijn. Laat ik het laatste doctoraal examen maar korthedshalve aanduiden als het „*onderwijs-doctoraal-examen*”.

Het zal in de eerste plaats een volwaardige academische opleiding moeten zijn, waarvoor de normale kandidaatsexamens als grondslag moeten dienen. Een gemeenschappelijk kandidaatsexamen heeft het grote voordeel, dat de student zijn doctorale richting pas behoeft te kiezen op een ogenblik waarin hij beter dan bij het begin van zijn studie in staat is zijn echte belangstelling te peilen. Na het kandidaatsexamen met wiskunde, sterrenkunde, natuurkunde of scheikunde als hoofdvakken volgt de studie voor het „*onderwijs-doctoraal-examen*”, waarbij aan de onderwerpen die voor de goede uitoefening van het leraarsambt zo belangrijk zijn een grote plaats zal moeten worden ingeruimd in de colleges, de practica en onderzoek-opdrachten. Als onderdeel van de opleiding zullen tevens stages in V.H.M.O.-scholen moeten worden geëist.

Laat ons aannemen, dat de na-kandidaatsopleiding tot het onderwijs-doctoraal-examen een duur van drie jaar zal mogen hebben. Bedenken wij tevens dat bij elke universitaire opleiding een keuze gemaakt zal moeten worden uit de vele vakken die een opleiding tot een volledige — maar dan ook een mensenleven durende — opleiding zouden maken. Ook bij de opleiding tot leraar moet dus in het oog gehouden worden dat de Universiteit met de studenten slechts op een beperkt aantal gebieden en gedurende een betrekkelijk korte tijd de weg naar kennis en ervaring kan opgaan; de Universiteit is een „doorgangshuis”. Voor een

natuurkunde leraar zou de na-kandidaatsstudie kunnen bestaan uit colleges over onderwerpen uit de volgende gebieden:

a) theoretische natuurkunde	100 cu
b) experimentele en toegepaste natuurkunde	50 cu
c) zuivere en toegepaste wiskunde	100 cu
d) geschiedenis van natuurwetenschappen en techniek	} 75 cu
e) filosofie der natuurwetenschappen	
f) speciale vakdidaktiek	} 75 cu
g) algemeen pedagogisch-didaktische vorming	

Daarnaast *practica* in experimentele natuurkunde, les- en demonstratieproeven voor de scholen, instrumenten en meetmethoden, aangevuld door een eigen onderzoek van beperkte omvang. Tenslotte *stages* in V.H.M.O.-scholen.

Als nadere uitwerking van dit programma is het aantal college-uren (cu) vermeld, dat voor de verschillende gebieden voldoende geacht kan worden. De meningen over het aantal college-uren, dat voor elk gebied noodzakelijk is, zullen uiteen kunnen lopen, doch voor onze beschouwing is dat thans van minder belang. Aangenomen is dat een college dat gedurende één academisch jaar één uur per week wordt gegeven overeenkomt met 25 cu. Het totale aantal college-uren bedraagt 400, derhalve 8 uur college per week gedurende 2 jaar. Bij de colleges in de theoretische natuurkunde zijn vooral de wetenschappelijke grondslagen van belang en kan voor de a.s. leraar minder tijd besteed worden aan de op details ingaande toepassing van de theorie bij concrete vraagstukken. Een keuze kan worden gemaakt uit onderwerpen zoals mechanica, statistische mechanica, Maxwell theorie, quantummechanica, theoretische atoomfysica en theoretische kernfysica.

In de colleges in de experimentele en toegepaste natuurkunde worden de grote lijnen van de ontwikkeling in (naar keuze) de electronica, de vaste stof fysica, de kernfysica en de reactor-fysica behandeld. Ook kunnen meer technisch-natuurkundige onderwerpen (bijv. electrotechniek of fysische materialenkunde), indien die aan een universiteit worden gedoceerd, gekozen worden. De wiskunde-colleges kunnen of over zuiver wiskundige onderwerpen handelen, of men zou daarnaast een meer toegepast wiskundig college kunnen volgen, dat deel uitmaakt van de wiskundige „ingenieurs”-opleiding.

De colleges over de geschiedenis van natuurwetenschappen en techniek zullen vooral aandacht aan de historische ontwikkelingsgang in de 19de en 20ste eeuw dienen te besteden en aan de be-

trekkingen tussen wetenschap, techniek en maatschappij. Samen met de natuurfilosofische colleges vormen zij een belangrijk element in de academische vorming van leraren.

De vakdidaktische en algemeen pedagogisch-didaktische colleges zouden ongeveer volgens het thans geldende schema kunnen worden gegeven. Het aantal college-uren dient echter naar mijn mening niet te worden overdreven. Een bijzonder waardevolle aanvulling in de didaktische vorming van de aanstaande leraar zal een practicum in les- en demonstratieproeven voor de scholen kunnen zijn.

De praktische vorming na het kandidaatsexamen zou kunnen geschieden door (1) een speciale reeks van natuurkunde-proeven en een eenvoudige „instrumentmakerscursus” gedurende het eerste halve jaar na het kandidaatsexamen, (2) een instrumenten- en lesproevenpracticum in het tweede halve jaar, (3) het meewerken aan en daarna het zelf uitvoeren van beperkte research-opdrachten, leidend tot een wetenschappelijk rapport of publicatie in het tweede en derde studiejaar. Zo zal o.a. deelgenomen kunnen worden aan het ontwikkelen van nieuwe schoolproeven en demonstratieproeven onder leiding van de didaktiekdocent.

Tenslotte kan de universiteit in niet te onderschatten mate aan de studenten gelegenheid bieden voor het leren overdragen van kennis, zowel door hen als assistent te laten fungeren op de practica, als ook door hen in colloquia of als inleiding tot de practica korte voordrachten te laten houden. Deze mogelijkheid tot vorming van „in lespraktijk geharde” studenten kan alleen ontwikkeld worden als een didaktiekdocent daaraan tijd kan besteden. Wellicht kunnen sommige studenten dan worden vrijgesteld van de stages van enkele maanden, die de a.s. leraar zal hebben door te brengen op een V.H.M.O.-school.

Het is mijn overtuiging dat een studie in de hierboven geschetste zin (1^o) een wetenschappelijk volwaardige opleiding zal zijn en (2^o) een opleiding die niet dusdanig is gespecialiseerd, dat de leraar niet van beroep zou kunnen veranderen als het leraarsambt hem niet blijkt te bevallen. Ook reeds tijdens de studie is het mogelijk zonder al te groot tijdverlies om te zwaaien naar de academische of de technische doctoraal studie.

De totale duur van de opleiding is betrekkelijk kort, 5 à 6 jaar. Het lijkt mij verder een voordeel dat de geschetste leraarsopleiding een logische vermenging is van de wetenschappelijke vorming én van de voorbereiding tot de praktische uitoefening van het leraarsambt, welk geheel wordt afgesloten door het zo genoemde „onder-

wijs-doctoraal-examen", d.w.z. een normaal doctoraal examen in de faculteit der W. & N. met natuurkunde, wiskunde of scheikunde als hoofdvak en didaktiek als bijvak.

Ook met het onderwijs-doctoraal-examen als basis is een zuiver fysische promotie op een theoretisch of experimenteel onderwerp zeer wel mogelijk.

Wil een dergelijk onderwijs-doctoraal-examen een levende werkelijkheid worden, dan is het mijns inziens noodzakelijk speciale vakdocenten voor de leraarsopleiding aan te stellen. In plaats van de „reizende" didaktiek-docenten van thans, die volstaan moeten met één of twee uur college per week aan de vorming van aanstaande leraren te besteden, zullen in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde op zijn minst lectoren in de didaktiek van natuurkunde, wiskunde, scheikunde of biologie, aan elke Universiteit waar een onderwijs doctoraal examen ingesteld wordt, noodzakelijk zijn. Aan hen zal de feitelijke zorg voor een belangrijk gedeelte van de academische leraarsopleiding zijn toevertrouwd. Naast hun vakdidaktische colleges en het regelen van het hospiteren hebben zij immers het toezicht uit te oefenen op de hierboven genoemde practica van de leraarsopleiding, dienen zij stimulerend te werken bij de ontwikkeling van nieuwe schoolproeven en demonstratieproeven, hebben zij didaktische hulp te bieden bij het voorbereiden en houden van korte voordrachten, en zo voort.

Op deze wijze zou ook in Nederland de didaktiek der exakte vakken een zekere wetenschappelijke ontwikkeling kunnen gaan vertonen en zou de afgestudeerde leraar geïnspireerd kunnen worden om naast zijn dagelijks werk een didactisch onderzoek ter hand te nemen. Een belangrijk gevolg van een betere leraarsopleiding met bekwame didaktiekdocenten kan zijn, dat de aansluiting van V.H.M.O.- en Hoger Onderwijs verbeterd wordt. Het komt mij voor, dat de praktische realisering van de geschetste leraarsopleiding eens aan één onzer Nederlandse Universiteiten beproefd zou kunnen worden.

Tenslotte zou ik willen opmerken, dat voor een gezonde ontwikkeling van ons V.H.M.O. van grote betekenis is, dat alle mogelijke moeite wordt gedaan, dat de gevestigde leraren in de exakte vakken *bij* blijven. Dit doel kan bereikt worden door in de universitaire centra geregeld speciale cursussen te organiseren voor leraren gedurende één week per jaar. Kortstondige cursussen worden o.a. aan de Groningse en Utrechtse Universiteit voor een aantal vakken reeds enkele jaren regelmatig gegeven en uit het aantal leraren dat

deelneemt blijkt dat zij in een behoefte voorzien. Het moet echter mogelijk zijn dit soort cursussen uit te breiden tot alle universiteiten en zodanige financiële omstandigheden te scheppen dat zoveel mogelijk leraren aan deze cursussen kunnen deelnemen. Behalve tot een geregeld contact met de snel groeiende wetenschap, kunnen deze cursussen dienen tot het uitwisselen van didactische ervaringen en bevorderen zij het persoonlijke contact van leraren met pedagogen en didactiek docenten. Een zodanig geregeld contact tussen leraar en universiteit is bevorderlijk voor het fris en levend blijven van het V.H.M.O.

DISCUSSIE

Aan de discussie namen deel de heren v. d. Steen, Krans, Claas, v. d. Veer, Hobma, Labruyère.

De volgende vragen werden onder andere gesteld en beantwoord:

Vraag: Is er contact met andere universiteiten over het onderwijs-doctoraal?

Antwoord: Het onderwijs-doctoraal is een privé voorstel van spreker!

Vraag: Zijn de twee belangrijkste bezwaren tegen het leraar worden niet a) het moeten breken met het leven aan de Universiteit, het missen van het directe contact met de wetenschap en b) het ontbreken van de mogelijkheid tot promotie? Speelt verder niet een rol het feit dat het enige beroep dat de leerlingen goed kennen, al is het dan van de andere kant, het leraars-beroep is? Zou het daarom niet gewenst zijn een zekere hiërarchie in te voeren zoals in Denemarken, Zweden en Duitsland ook bestaat?

Is het steeds dezelfde materie te moeten geven niet iets afschrikwekkends?

Antwoord: In Groningen is er wel animo voor het leraarschap, een gevolg van de goede didactiek-colleges.

Het zou aanbeveling verdienen dat enkele scholen samen een wetenschappelijke bibliotheek krijgen. Vakantiecursussen, studiewerken en avondcolleges zijn onontbeerlijk. Daarvoor zal ook geld beschikbaar gesteld moeten worden. Hiërarchie is vermoedelijk wel nodig. Men zou echter het aantal hoofdleraren aan één school moeten beperken. De moeilijkheid van

de beoordeling van de leraren zal wel weerstanden opwekken.

Maar er zijn wel objectieve criteria, b.v.: hoe leert men de kinderen voldoende systematisch werken?

Werkt men de slordigheid tegen; leert men ze precies redeneren; leert men ze een betoog opzetten?

Het aantrekkelijke van het leraar-zijn is het steeds veranderend materiaal waarmee men in aanraking komt.

Vraag: Is het de bedoeling dat het leraren-doctoraal recht geeft een proefschrift op algemeen gebied te schrijven? Is overschakelen eventueel mogelijk?

Antwoord: Ja; de colleges zijn zwaar genoeg. Overschakelen is altijd mogelijk al zal het wel enig tijdverlies opleveren.

Mr. Ir. Goote heeft, niet namens het ministerie, enige algemene opmerkingen gemaakt. De heer Goote geloofde niet dat de vraag naar wetenschappelijke werkers zal afnemen. Zowel onderwijs als bedrijfsleven zullen in de toekomst nog meer mensen vragen. We leven in een democratische maatschappij, we kunnen dus geen richting opdringen. Is het daarom wel mogelijk aan alle leraren dezelfde eisen te blijven stellen? Kunnen we niet beter de onbevoegden bevoegd maken maar met een andere loonschaal? Waarom maken we het niet zo dat mensen met andere bevoegdheid andere taken krijgen? Een school moet een gemeenschap zijn met verschillende niveaus. Men zou zo assistent-leraren, leraren en hoofdleraren kunnen krijgen. De heer Goote is er van overtuigd dat de sociale problemen voor leraren zouden kunnen worden opgeheven door beter contact met de Universiteit.

$$\text{ALWEER } \sum_{k=1}^{n-1} k^p$$

door

Prof. Dr. F. VAN DER BLIJ

Naar aanleiding van de artikelen van de heren Lenstra, Kok en De Jongh zou ik nog een paar opmerkingen en een samenvatting willen geven over deze nog altijd belangwekkende materie. Ik voer daartoe een iets handiger (klassieke) notatie in:

$$\sum_{k=1}^{n-1} k^p = \varphi_p(n). \quad (1)$$

We vinden direct

$$\sum_{h=0}^p \binom{p+1}{h} \varphi_h(n) = \sum_{h=0}^p \sum_{k=1}^{n-1} \binom{p+1}{h} k^h = \sum_{k=1}^{n-1} \{(k+1)^{p+1} - k^{p+1}\} = n^{p+1} - 1.$$

Dus is $\varphi_p(n)$ een polynoom van de graad $p+1$.

Uit de triviale relatie

$$\varphi_p(x+1) - \varphi_p(x) = x^p, \quad (2)$$

die geldig is voor alle natuurlijke x en dus voor alle x , vinden we o.a. voor $p > 0$ dat $\varphi_p(0) = \varphi_p(1) = 0$ en $\varphi_0(0) = -1$, $\varphi_0(1) = 0$. We merken op dat $\varphi'_p(x)$ het klassieke polynoom van Bernoulli is, we geven dit aan met $B_p(x)$; $B_p(0) = B_p$ is het p^{de} getal van Bernoulli.

Uit (2) volgt

$$B_p(x+1) - B_p(x) = px^{p-1}, \quad (3)$$

sommeren we over $x = 0, 1, \dots, n-1$ en vervangen we daarna n door x dan vinden we

$$p \varphi_{p-1}(x) = B_p(x) - B_p. \quad (p > 1) \quad (4)$$

Om nu $B_p(x)$ te bepalen beschouwen we

$$B'_p(x) = p B_{p-1}(x).$$

En dus

$$B_p^{(k)}(x) = p(p-1) \dots (p-k+1) B_{p-k}(x)$$

zodat

$$B_p(x) = \sum_{k=0}^p \frac{x^k}{k!} B_p^{(k)}(0) = \sum_{k=0}^p \binom{p}{k} B_{p-k} x^k. \quad (5)$$

Uit (3) volgt voor $p > 1$, direct $B_p(1) = B_p$ zodat voor $p > 1$ weer

$$B_p = \sum_{k=0}^p \binom{p}{k} B_{p-k} \text{ of symbolisch } B_p = (1 + B)^p.$$

Hieruit zijn de getallen B_k direct te bepalen, $B_0 = 1$ en verder berekenen we $B_1 = -\frac{1}{2}$, $B_2 = \frac{1}{6}$, $B_3 = 0$, $B_4 = -\frac{1}{30}$, $B_5 = 0$, etc.

De eerste drie coëfficiënten van

$$\varphi_p(n) = \frac{1}{p+1} (B_{p+1}(n) - B_{p+1}) = \sum_{l=0}^p \binom{p}{l} \frac{B_{p-l}}{l+1} x^{l+1},$$

zijn dus $\frac{1}{p+1}$, $-\frac{1}{2}$, $\frac{p}{12}$ resp.

We bewijzen nog dat $B_{2k+1} = 0$ voor $k > 0$.

We kunnen direct met volledige inductie bewijzen

$$B_p(x) + (-1)^{p-1} B_p(-x) = -px^{p-1}.$$

Substitueren we hierin $x = 0$, dan vinden we voor oneven $p > 1$:

$$B_p = 0.$$

Hieruit volgt dat $B_p(x) + \frac{1}{2}px^{p-1}$ een even of oneven functie is al naar p even of oneven is. Zo is ook $\varphi_p(x) + \frac{1}{2}x^p$ even of oneven al naar p oneven of even is.

Met volledige inductie bewijst men direct

$$B_p(2x) = 2^{p-1} \{B_p(x) + B_p(x + \tfrac{1}{2})\}.$$

Voeren we in $x - \frac{1}{2} = t$, dan vinden we

$$\begin{aligned} \varphi_p(x) &= \frac{1}{p+1} \{B_{p+1}(t + \tfrac{1}{2}) - B_{p+1}\} \\ &= \frac{1}{p+1} \{2^{-p} B_{p+1}(2t) - B_{p+1}(t) - B_{p+1}\} \end{aligned}$$

In dit polynoom, dat nauw samenhangt met het polynoom $E_{p+1}(x)$ van Euler, valt de term met t^p juist weg. Dit polynoom in t is dus even of oneven bij p oneven resp. even. Omdat $t^2 = x(x-1) + \frac{1}{4}$ is dus voor oneven p de functie $\varphi_p(x)$ een veelterm in $x(x-1)$, voor even p te schrijven als $(x - \frac{1}{2})$ maal zo'n veelterm. Dit probleem komt o.a. voor als een opgave in het aanhangsel van E. Prouhet bij het tweede deel van Sturm's Cours d'Analyse (b.v. 6e druk 1880, pag. 360).

VEREENVOUDIGING IN DE GONIOMETRIE

door

H. C. VERNOUT

Dat de goniometrie weinig bijdraagt tot de vorming van het wiskundig denken is wel duidelijk. Het is een hulpwetenschap, die dreigde uit te groeien tot een werken met formules, het bedenken van foefjes, enz. De laatste jaren echter gaat men de goniometrie meer en meer dienstbaar maken aan de grafische voorstellingen. Dit is een verheugend verschijnsel, want de grafiek neemt een centrale plaats in. Er ontstaat zodoende ook een betere aansluiting met de infinitesimaalrekening, welke hopelijk over enige jaren nu toch tot de verplichte stof gaat behoren.

Het lijkt mij dan ook zinvol, om de grafische voorstellingen reeds in het begin van de goniometrie in te voeren en dan zoveel mogelijk hierop voort te bouwen.

We beginnen natuurlijk met het definiëren van $\sin$, $\cos$ en tg voor scherpe hoeken. De stelling van Pythagoras leidt dan tot: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, terwijl ook $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ genoemd wordt. Als het nieuwe Wimecosprogramma inderdaad in september voor de onderbouw wordt ingevoerd, zal men deze zaken trouwens in de tweede klas behandeld hebben.

We breiden daarna meteen de definities uit door invoering van een coördinatenstelsel en definiëren dus, als r de voerstraal is:

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}; \quad \cos \alpha = \frac{x}{r} \quad \text{en} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}.$$

We kunnen ook de voerstraal opvatten als een vector $\vec{r}$ en daarvan de componenten $\vec{r} \sin \alpha$ en $\vec{r} \cos \alpha$ bekijken.

Hierna laten we meteen de grafieken van $\sin x$, $\cos x$ en $\operatorname{tg} x$ tekenen en wel tussen 0° en 360° , resp. 0° en 180° . Als men ze op losse velletjes in het boek laat leggen, hebben de kinderen ze altijd bij de hand.

Dat $\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$ altijd geldig is, is nu direct uit translatie van de sinusoïde te zien. De algemene geldigheid van $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ volgt uit de definities in een coördinatenstelsel. Geen leerling trouwens, die dit een openbaring vindt.

Men kan nu, ter oefening, herleidingen laten maken, bijv. $\sin(270^\circ + \alpha)$. Men laat de waarde in de figuur tekenen en vindt deze terug als $-\sin(90^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$.

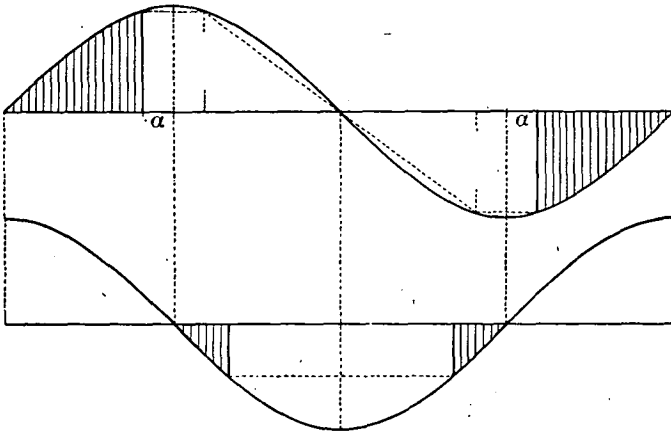


Fig. 1

$\cos x = -0,5$ kan men met de cosinusgrafiek direct terugvinden bij 120° en 240° , enz. enz. Het werken met kwadranten hoeft dus niet meer ter sprake te komen, evenmin als het opsommen van formules als:

$$\begin{aligned}\sin(180^\circ + \alpha) &= -\sin \alpha \\ \cos(360^\circ - \alpha) &= \cos \alpha, \text{ enz.}\end{aligned}$$

Vervolgens kan men enkele eenvoudige ongelijkheden bespreken; zoals: $\sin x < \frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2}\sqrt{3} \leq \cos x \leq \frac{1}{2}\sqrt{3}$; e.d. Daarna kan men de leerlingen nog bezighouden met het laten tekenen van grafieken van functies als:

$$-\sin x; \quad |\cos x|; \quad \frac{1}{\sin x}; \quad \frac{1}{\tan x} \quad (= \cotg x);$$

$$\log \sin x; \quad \log |\sin x| \quad \text{en} \quad |\log \sin x|.$$

Vervolgens kan een meer systematische uitbreiding van de functies aan de beurt komen. Allereerst de translatie $\sin(x - 30^\circ)$ en de translatie $\sin x + 1$. Dan de periodeverandering bij $\sin 2x$ en de amplitudeverandering bij $2 \sin x$. Zo komt men tot de functie $a \sin(bx + c) + d$.

Als bijzonder vaak voorkomend geval beschouwen we nu de functie $a \sin x + b \cos x$. We merken op, dat we a en b kunnen beschouwen als twee vectoren, die loodrecht op elkaar staan. We zien, dat $EF = a \sin x + b \cos x$, maar ook, dat $EF = c \sin(x + \varphi)$, zodat:

$$a \sin x + b \cos x = c \sin(x + \varphi) \dots (1)$$

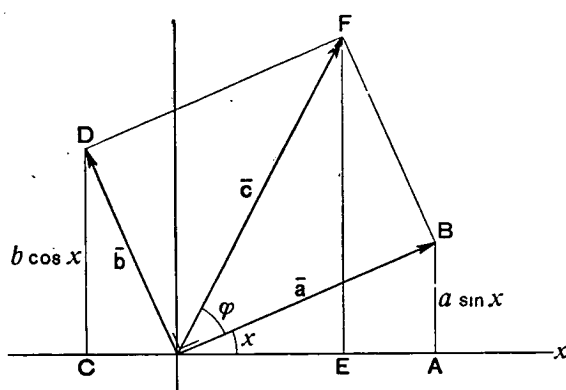


Fig. 2

Uit de figuur volgt:

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \text{en} \quad \text{tg } \varphi = \frac{b}{a}.$$

Men kan hieraan nog beschouwingen vastknopen over de som van de functies $a \sin x$ en $b \sin(x + 90)$ en ook nog nagaan, dat in het algemeen de functie $a \sin x + b \sin(x + \alpha)$ weer een sinusfunctie is.

Nu komen we dus tot de vergelijking $a \sin x + b \cos x = p$, terwijl we tevens de grenzen of uiterste waarden van het eerste lid kunnen bespreken.

Nu kan de differentiaalrekening aan de orde komen, of wel kan men er gebruik van maken, wanneer deze in de algebra of apart

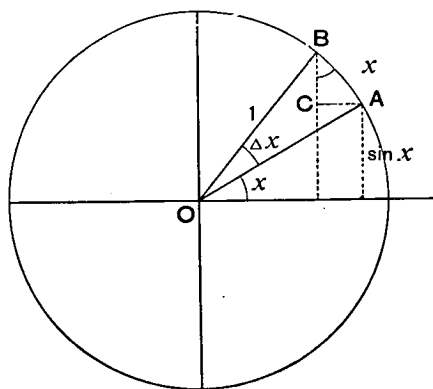


Fig. 3

behandeld is. Een bezwaar zou kunnen zijn, dat bij het differentiëren

de vorm: $\sin(x + h) - \sin x$ omgewerkt moet worden. Maar collega Vredenduin maakte mij er op attent, dat de afgeleide van $\sin x$ ook eenvoudiger gevonden kan worden. Uit de figuur zien we n.l.:

$$\cos \angle ABC = \cos x = \frac{BC}{AB} = \frac{\Delta \sin x}{\Delta x}$$

$$\therefore \frac{d \sin x}{dx} = \cos x.$$

Als zodoende de goniometrie van de enkele hoek is behandeld, kan men overgaan op de bekende formules. Door in bovenstaande figuur 2 op te merken, dat $a = c \cos \varphi$ en $b = c \sin \varphi$, ontstaat uit (1) direct:

$$\sin(x + \varphi) = \sin x \cos \varphi + \cos x \sin \varphi,$$

welke door substituties $\varphi \rightarrow -\varphi$ en $\varphi \rightarrow 90 - \varphi$ in de bijbehorende overgaat. Nog wat herleidinkjes en men heeft de theorie wel zo ongeveer gehad.

VARIA

door

Prof. Dr. F. VAN DER BLIJ

Tussen enkele stapels rommel kwamen dezer dagen twee oude dissertaties op mijn bureau naar boven. Oud, dat wil zeggen ongeveer drie kwart eeuw geleden verdedigd. Enkele stellingen troffen mij zo, dat ik ze aan de lezers niet wil onthouden. De proefschriften zijn die van Joseph de Jong over de integreerende factor en de integreerende vergelijking (Leiden 1871) en van Petrus Marinus Heringa over de singuliere oplossingen van differentiaal vergelijkingen ... (Utrecht 1876). Ik citeer alleen enkele stellingen van wiskundige aard.

Wiskunde is een natuur-wetenschap (H).

Wiskundige waarheden berusten niet op ervaring (de J).

De methode om de verhouding van rechthoeken met ongelijke hoogten en gelijke basis te bepalen door deze als dikke lijnen te beschouwen is af te keuren (H).

Gene der pogingen in het werk gesteld om te bewijzen dat de rechte lijn de afstand is tusschen twee punten, kan als gelukt worden beschouwd. (de J.) (In een andere stelling bestrijdt deze auteur de mogelijkheid om deze eigenschap als definitie te gebruiken). De draaiing, die een rechte lijn moet ondergaan om in de richting van een andere lijn te komen, is de hoek, dien deze lijnen maken (H).

INSPECTEURSBENOEMINGEN

Tot inspecteur bij het gymnasiaal en middelbaar onderwijs zijn o.m. benoemd de heren Dr. W. H. Capel, Dr. H. A. Gribnau, Dr. D. N. van der Neut en Dr. T. J. Poppema. De redactie wenst deze vertegenwoordigers van de exacte vakken van harte geluk en spreekt de hoop uit, dat zij in hun nieuwe werkkring belangrijk werk in het belang van het onderwijs zullen verrichten.

Dat de redactie dit speciaal wil accentueren ten aanzien van de oud-penningmeester van „Wimecos”, Dr. Gribnau, en van haar medelid, Dr. Van der Neut, spreekt wel vanzelf. Zij weet, dat door de benoeming van deze beide heren vaststaat, dat, evenals tot dusver, het contact met de inspectie aangaande de zaken, die de leden van Wimecos en ook van Liwenagel aan het hart gaan, op prettige en deskundige wijze plaats zal vinden.

SAMENSTELLING REDACTIE

Met ingang van dit eerste nummer van de nieuwe jaargang treedt de heer Dr. H. Mooy definitief af als redacteur. De redactie wil haar grote erkentelijkheid tegenover Dr. Mooy uitspreken voor wat hij in de loop der jaren voor „Euclides” heeft gedaan. Dat hij na de reorganisatie van het tijdschrift zich voor de nieuwe redactie beschikbaar stelde en zo de continuïteit in het beleid waarborgde, is op hoge prijs gesteld.

INHOUD JAARGANGEN 21 t/m 30

Bij dit nummer is een overzicht gevoegd van de inhoud van „Euclides”, jaargangen 21 t/m 30.

De redactie betuigt haar dank aan de samenstellers van dit overzicht, de heren C. U. van der Klaauw en J. G. Waardenburg, beiden math. cand. aan de rijksuniversiteit te Leiden.

De overzichten van de jaargangen 1 t/m 10 en 11 t/m 20 vindt men aan het eind van de 10de resp. 20ste jaargang.

PROF. N. TSCHEBOTAROW

Grundzüge der Galois'schen Theorie

Übersetzt und bearbeitet von H. Schwerdtfeger

432 bladzijden

f 17,50, gebonden f 20,—

Um das breit angelegte Lehrbuch verstehen zu können, genügen geringe Kenntnisse aus der linearen Algebra. . . .

Das Buch ist ausgezeichnet geschrieben, für Studierende von hohem Nutzen und für Fortgeschrittene von grossem Interesse. Der Verfasser ist stets bemüht, volles Verständnis zu erreichen und beschränkt sich nie auf reine Existenzsätze. Immer zeigt er durch zahlreiche Beispiele, wie man mit den allgemeinen Begriffsbildungen wirklich vertraut wird.

H. Schwerdtfeger hat das russische Original vortrefflich übersetzt, umgearbeitet und ergänzt.

Nachrichten der österreichischen mathematischen Gesellschaft

Das von H. Schwerdtfeger aus dem Russischen übersetzte und bearbeitete und mit vielen Zusätzen bereicherte Werk des bekannten Algebraikers an der Universität Kasan gibt nicht nur eine glänzende Darstellung der Galoisschen Theorie, sondern ist auch ein ausgezeichnetes Lehrbuch für jeden, der das Studium der höheren Algebra und der Gruppentheorie beginnen will. Es werden von ihm nur die elementarsten Kenntnisse in linearer Algebra und Determinantenlehre verlangt. Die Elemente der rationalen Zahlentheorie sind im Anhang zusammengestellt. Ein Wegweiser durch die einzelnen Kapitel erleichtert dem Anfänger die Orientierung. . . .

Das überaus klar abgefasste Werk enthält in Beispielen, zusätzlichen Bemerkungen, Aufgaben und Fussnoten eine Fülle von interessanten Tatsachen und Literaturhinweisen und wird damit auch dem Kenner viele Anregungen bieten können.

Elemente der Mathematik

P. NOORDHOFF N.V. GRONINGEN

Ook via de boekhandel verkrijgbaar

In bewerking zijn de volgende uitgaven:

Prof. L. V. Kantorovich and V. I. Krylov

- **Approximate Methods
of Higher Analysis**

Translated from the Russian
by Curtis D. Benster

Prof. V. V. Novozhilov

- **Theory of Thin Shells**

Translated by P. G. Lowe

Prof. A. V. Pogorelov

- **Differential Geometry**

Translated from the First Russian Edition
by Leo F. Boron

Prof. G. Sansone and Prof. Dr. J. C. H. Gerretsen

- **Lectures on the Theory of
the Function of a Complex variable**

M. A. Naimark

The Moscow State University

- **Normed Rings**

Translated from the First Russian Edition
by Leo F. Boron

P. NOORDHOFF N.V. - GRONINGEN